

# Examen IP11 — n°1 — Mécanique du Point / Torseurs

9 mars 2004

Joe est un pingouin. Par souci de simplicité nous désignerons Joe par la lettre P. P glisse sur la banquise à la vitesse  $v_0$  par un beau jour d'été. Quand soudain P rencontre une bosse.

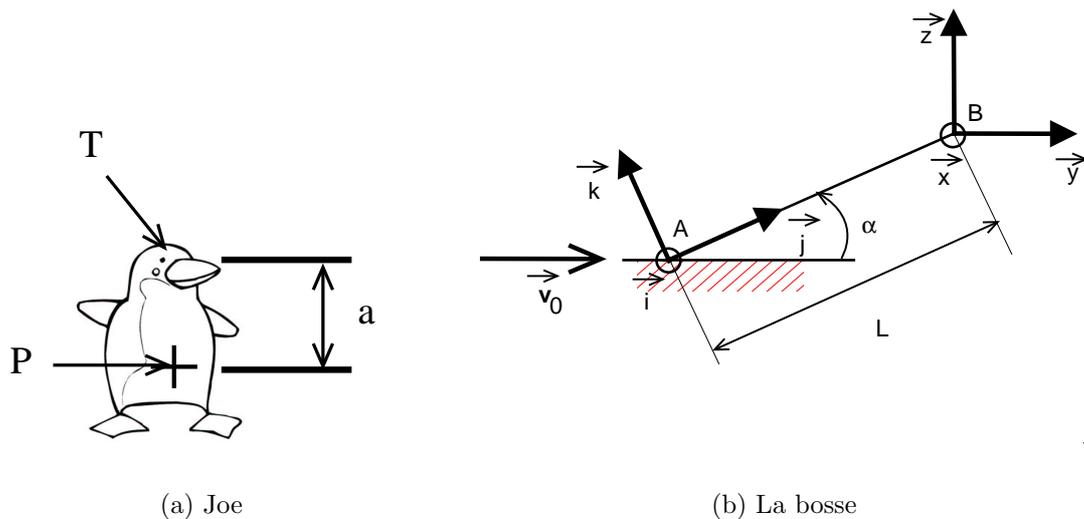


Figure 1 – Joe et la bosse

La bosse forme un angle  $\alpha$  avec l'horizontale et a pour longueur  $L$  (voir figure 1(b)). La neige a fondu sur la bosse et frotte sur les palmes de P avec un coefficient de frottement  $f$ .

1/ En supposant que P arrive avec la vitesse  $v_0$  au bas de la bosse, et que P est ponctuel de masse  $M$  ramenée au centre de gravité P, **déterminer la vitesse  $v_1$  à laquelle P décolle**. On repérera pour cette question la position du point P de la manière suivante :

$$\overrightarrow{AP} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k} \quad (1)$$

où  $\vec{j}$  est aligné avec la bosse dans le sens ascendant et A est l'origine des coordonnées.

---

2/ application numérique : **calculer la vitesse  $v_1$  à laquelle P décolle** pour  $L=1\text{m}$ ,  $\alpha = \pi/6$ ,  $M=10\text{kg}$ ,  $g=10\text{m.s}^{-2}$ ,  $v_0 = 6\text{m.s}^{-1}$  et  $f=\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

3/ on considère que P a toute sa tête que l'on notera T distante de P de la longueur  $a$  (voir figure 1(a)). Par contre Joe se prend les pieds dans un stalagmite au sommet de la bosse B. Une fois que Joe a décollé, Joe tourne autour de son centre de gravité et de l'axe  $B\vec{x}$  à la vitesse angulaire  $\omega$ . **Déterminer le torseur cinématique au point T à l'apogée de la trajectoire** dont les équations horaires pour le centre de gravité P sont rappelées ci-dessous :

$$x_2(t) = 0 \quad (2)$$

$$y_2(t) = v_1 t \cos \alpha \quad (3)$$

$$z_2(t) = v_1 t \sin \alpha - g \frac{t^2}{2} \quad (4)$$

On repèrera pour cette question la position du point P de la manière suivante :

$$\overrightarrow{BP} = x_2 \vec{x} + y_2 \vec{y} + z_2 \vec{z} \quad (5)$$

où B est la nouvelle origine des coordonnées. L'origine des temps est prise au moment du décollage.

#### Remarques et hypothèses

- dans toutes les questions le frottement de l'air sur le pingouin est négligé.
- on considère qu'au point A, départ de la bosse,  $\|\vec{V}_{A \in P / banquise}\| = v_0$
- les questions 1/ et 2/ d'une part et la question 3/ d'autre part sont indépendantes : consacrer le même temps à ces deux parties distinctes !
- la rigueur de la rédaction et la mise en équation du problème sont les éléments essentiels de la notation.